Index

Index

Propiedades elementales de la integral

Propiedades elementales de la integral

En el espacio de medida $(X, \mathcal{A}, \mu)$, sean f y g funciones medibles con valores en $\overline{\mathbb{R}}$ (o en $\mathbb{C}$), entonces

1 Si $A \in \mathcal{A}$ y $\mu(A) = 0$, entonces f es integrable en A y $\int_A f d\mu = 0$.

Propiedades elementales de la integral

En el espacio de medida $(X, \mathcal{A}, \mu)$, sean f y g funciones medibles con valores en $\overline{\mathbb{R}}$ (o en $\mathbb{C}$), entonces

1. Si $A \in \mathcal{A}$ y $\mu(A) = 0$, entonces f es integrable en A y $\displaystyle\int_A f d\mu = 0$.
2. Si A y B pertenecen a $\mathcal{A}$, $A \supset B$ y f es integrable en A, entonces f es integrable en B.

Propiedades elementales de la integral

En el espacio de medida $(X, \mathcal{A}, \mu)$, sean f y g funciones medibles con valores en $\overline{\mathbb{R}}$ (o en $\mathbb{C}$), entonces

1. Si $A \in \mathcal{A}$ y $\mu(A) = 0$, entonces f es integrable en A y $\displaystyle\int_A f d\mu = 0$.
2. Si A y B pertenecen a $\mathcal{A}$, $A \supset B$ y f es integrable en A, entonces f es integrable en B.
3. Si $A_n \in A$, $n = 1, 2, \ldots$, $A_i \cap A_j = \emptyset$ si $i \neq j$, y f es integrable en $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$, se tiene que

$$\int_{\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n} f d\mu = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{A_n} f d\mu.$$

Propiedades elementales de la integral

En el espacio de medida $(X, \mathcal{A}, \mu)$, sean f y g funciones medibles con valores en $\overline{\mathbb{R}}$ (o en $\mathbb{C}$), entonces

1 Si $A \in \mathcal{A}$ y $\mu(A) = 0$, entonces f es integrable en A y $\displaystyle\int_A f d\mu = 0$.

2 Si A y B pertenecen a $\mathcal{A}$, $A \supset B$ y f es integrable en A, entonces f es integrable en B.

3 Si $A_n \in A$, $n = 1, 2, \ldots$, $A_i \cap A_j = \emptyset$ si $i \neq j$, y f es integrable en $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$, se tiene que

$$\int_{\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n} f d\mu = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{A_n} f d\mu.$$

4 Si $A \in \mathcal{A}$, f integrable en A y $g = f \; c.p.t(A)$, entonces g es integrable en A y

$$\int_A g d\mu = \int_A f d\mu.$$

5 Si f y g son funciones medibles con valores en $[0,\infty]$, g integrable en $A \in \mathcal{A}$ y $f(x) \leq g(x)$ para todo $x \in A$, entonces f es integrable en A y

$$\int_A f d\mu \leq \int_A g d\mu.$$

5 Si f y g son funciones medibles con valores en $[0, \infty]$, g integrable en $A \in \mathcal{A}$ y $f(x) \leq g(x)$ para todo $x \in A$, entonces f es integrable en A y

$$\int_A f d\mu \leq \int_A g d\mu.$$

6 Si $A \in \mathcal{A}$, f es integrable en A, si y sólo si, $|f|$ es integrable en A.

5 Si f y g son funciones medibles con valores en $[0, \infty]$, g integrable en $A \in \mathcal{A}$ y $f(x) \leq g(x)$ para todo $x \in A$, entonces f es integrable en A y

$$\int_A f d\mu \leq \int_A g d\mu.$$

6 Si $A \in \mathcal{A}$, f es integrable en A, si y sólo si, $|f|$ es integrable en A.

7 Si $A \in \mathcal{A}$, $g : X \to [0, \infty]$ es integrable en A y $|f| \leq g$ en A, entonces f es integrable en A.

5 Si f y g son funciones medibles con valores en $[0, \infty]$, g integrable en $A \in \mathcal{A}$ y $f(x) \leq g(x)$ para todo $x \in A$, entonces f es integrable en A y

$$\int_A f d\mu \leq \int_A g d\mu.$$

6 Si $A \in \mathcal{A}$, f es integrable en A, si y sólo si, $|f|$ es integrable en A.

7 Si $A \in \mathcal{A}$, $g : X \to [0, \infty]$ es integrable en A y $|f| \leq g$ en A, entonces f es integrable en A.

8 Si $A \in \mathcal{A}$, y f es integrable en A, entonces $-f$ es integrable en A y se tiene que

$$\int_A (-f) d\mu = - \int_A f d\mu.$$

5 Si f y g son funciones medibles con valores en $[0, \infty]$, g integrable en $A \in \mathcal{A}$ y $f(x) \leq g(x)$ para todo $x \in A$, entonces f es integrable en A y

$$\int_A f d\mu \leq \int_A g d\mu.$$

6 Si $A \in \mathcal{A}$, f es integrable en A, si y sólo si, $|f|$ es integrable en A.

7 Si $A \in \mathcal{A}$, $g : X \to [0, \infty]$ es integrable en A y $|f| \leq g$ en A, entonces f es integrable en A.

8 Si $A \in \mathcal{A}$, y f es integrable en A, entonces $-f$ es integrable en A y se tiene que

$$\int_A (-f) d\mu = -\int_A f d\mu.$$

9 Si f, g son funciones de X en $\overline{\mathbb{R}}$, integrables en $A \in \mathcal{A}$ y $f \leq g$ en A, entonces

$$\int_A f d\mu \leq \int_A g d\mu.$$

10 Si f y g son integrables en A, entonces la función suma $f+g$ es integrable en A (siempre y cuando esté bien definida) y

$$\int_A (f+g)d\mu = \int_A f d\mu + \int_A g d\mu.$$

10 Si f y g son integrables en A, entonces la función suma $f+g$ es integrable en A (siempre y cuando esté bien definida) y

$$\int_A (f+g)d\mu = \int_A f d\mu + \int_A g d\mu.$$

11 Si b es una constante la función bf es integrable en A y $\int_A bf d\mu = b \int_A f d\mu.$

10 Si f y g son integrables en A, entonces la función suma $f+g$ es integrable en A (siempre y cuando esté bien definida) y

$$\int_A (f+g)d\mu = \int_A f d\mu + \int_A g d\mu.$$

11 Si b es una constante la función bf es integrable en A y $\int_A bf d\mu = b\int_A f d\mu.$

12 $\left|\int_A f d\mu\right| \leq \int_A |f| \, d\mu.$

10 Si f y g son integrables en A, entonces la función suma $f+g$ es integrable en A (siempre y cuando esté bien definida) y

$$\int_A (f+g)d\mu = \int_A f d\mu + \int_A g d\mu.$$

11 Si b es una constante la función bf es integrable en A y $\int_A bf d\mu = b \int_A f d\mu.$

12 $\left| \int_A f d\mu \right| \leq \int_A |f| \, d\mu.$

13 Si f y g son integrables en X y para cada $A \in \mathcal{A}$, es $\int_A f d\mu = \int_A g d\mu$, entonces $f = g \; c.p.t.(\mu)$.

10 Si f y g son integrables en A, entonces la función suma $f+g$ es integrable en A (siempre y cuando esté bien definida) y

$$\int_A (f+g)d\mu = \int_A f d\mu + \int_A g d\mu.$$

11 Si b es una constante la función bf es integrable en A y $\int_A bf d\mu = b \int_A f d\mu.$

12 $\left|\int_A f d\mu\right| \leq \int_A |f|\, d\mu.$

13 Si f y g son integrables en X y para cada $A \in \mathcal{A}$, es $\int_A f d\mu = \int_A g d\mu$, entonces $f = g$ $c.p.t.(\mu)$.

14 Si f es integrable en X y para cada $A \in \mathcal{A}$, es $\int_A f d\mu = 0$, entonces $f = 0$ $c.p.t.(\mu)$.

10 Si f y g son integrables en A, entonces la función suma $f+g$ es integrable en A (siempre y cuando esté bien definida) y

$$\int_A (f+g)d\mu = \int_A f d\mu + \int_A g d\mu.$$

11 Si b es una constante la función bf es integrable en A y $\displaystyle\int_A bf d\mu = b\int_A f d\mu.$

12 $\displaystyle\left|\int_A f d\mu\right| \leq \int_A |f|\, d\mu.$

13 Si f y g son integrables en X y para cada $A \in \mathcal{A}$, es $\displaystyle\int_A f d\mu = \int_A g d\mu$, entonces $f = g$ $c.p.t.(\mu)$.

14 Si f es integrable en X y para cada $A \in \mathcal{A}$, es $\displaystyle\int_A f d\mu = 0$, entonces $f = 0$ $c.p.t.(\mu)$.

15 Si f es integrable en X y toma valores en $\mathbb{C}$, entonces existe $\alpha \in \mathbb{C}$, tal que $\alpha f = |f|$ $c.p.t.(\mu)$.